計算量理論

配布資料 (+補遺)，2001-10-29

1. これまで

多項式時間アルゴリズムと指数時間アルゴリズムの違い

判定問題と最適化問題

Turing Machine (TM)

　Deterministic Turing Machine (DTM; 或は単に TM)

　Nondeterministic Turing Machine (NTM)

クラス P, NP

　P — 　DTM で多項式時間で解ける問題のクラス

　NP — NTM で多項式時間で受理される問題のクラス，“多項式時間で正解を証明できるクラス”

　　　$\Longleftarrow$ このクラスの問題は、DTM で指数時間で解ける

2. SAT の NP 完全性

$M = M(\Gamma, \Sigma, Q, \delta)$: 任意の多項式 $p(n)$ 時間 NTM プログラム $\Longrightarrow$ 多項式サイズ SAT

$Q = \{\, q_0$ (初期状態)$, q_1 = q_Y, q_2 = q_N, q_3, \ldots, q_r \,\}$, $\Gamma = \{\, s_0 = b, s_1, \ldots, s_v \,\}$

変数	範囲	意味
$Q[i,k]$	$0 \le i \le p(n),\ 0 \le k \le r$	時刻 i で M が状態 q_k
$H[i,j]$	$0 \le i \le p(n),\ -p(n) \le j \le p(n)+1$	時刻 i でヘッドがテープの j 番地
$S[i,j,k]$	$0 \le i \le p(n),\ -p(n) \le j \le p(n)+1$	時刻 i にテープ j 番地の文字が s_k

節集合	制限
G_1	時刻 i に M はちょうど 1 つの状態にいる
G_2	時刻 i にヘッドはちょうど 1 つの番地を指している
G_3	時刻 i にテープの各番地は Γ のちょうど 1 つの文字をもっている
G_4	時刻 0 には入力 x がテープの $1 \sim \lvert x \rvert$ 番地に書かれ、初期状態 q_0 にいる
G_5	時刻 $p(n)$ に M は状態 q_Y となり停止
G_6	時刻 i $(0 \le i < p(n)$ の次の時刻 $i+1$ に M は δ により決まる状態にいる

$G_1 = \{\, Q[i,0], \cdots, Q[i,r] \,\}$, $\{\, \overline{Q[i,j]}, \overline{Q[i,j']} \,\}$ $(0 \le i \le p(n),\ 0 \le j < j' \le r)$

G_2, G_3 も同様

$G_4 = \{\, Q[0,0] \,\}, \{\, H[0,1] \,\}, \{\, S[0,0,0] \,\}, \{\, S[0,h,k_h] \,\}$ $(1 \le h \le n)$,

　$\{\, S[0,h,0] \,\}$ $(n+1 \le h \le p(n)+1)$ 　　$x = k_1 k_2 \cdots k_n$

$G_5 = \{\, Q[p(n),1] \,\}$

G_6: $0 \le i < p(n),\ -p(n) \le j \le p(n)+1,\ 0 \le k \le r,\ 0 \le l \le v$ に対し

　$\{\, \overline{H[i,j]}, \overline{Q[i,k]}, \overline{S[i,j,l]}, H[i+1, j+\Delta] \,\}$,

　$\{\, \overline{H[i,j]}, \overline{Q[i,k]}, \overline{S[i,j,l]}, Q[i+1, k'] \,\}$,

　$\{\, \overline{H[i,j]}, \overline{Q[i,k]}, \overline{S[i,j,l]}, S[i+1, j, l'] \,\}$ ここで

　$q_k \ne q_Y, q_N$ なら $\delta(q_k, s_l) = (q_{k'}, s_{l'}, \Delta)$,

　$q_k = q_Y, q_N$ なら $\Delta = 0,\ k' = k,\ l' = l$

3. 参考書

M. R. Garey and D. S. Johnson: Computers and Intractablity: A Guide to the Theory of NP-Completeness. W. H. Freeman and Company, New York, 1979.